Correctievoorschrift HAVO

2008

tijdvak 1

wiskunde B1,2

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de *Regeling beoordeling centraal examen* vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Komen zij daarbij niet tot overeenstemming, dan wordt het aantal scorepunten bepaald op het rekenkundig gemiddelde van het door ieder van hen voorgestelde aantal scorepunten, zo nodig naar boven afgerond.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
   3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
   3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
   3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
   3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
   3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
   3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
   3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
   3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.
   3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 83 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Steeds meer vlees

1 maximumscore 5

- De richtingscoëfficiënt is $\frac{36-23,2}{1996-1960} \approx 0,35556$ 2
- Het lineaire verband is $V = 23,2 + 0,35556t$ (met $t = 0$ in 1960) 1
- De vergelijking $23,2 + 0,35556t = 45,3$ heeft als oplossing $t \approx 62,2$ 1
- De gegeven vleesproductie wordt bereikt 62 jaar na 1960, dus in 2022 1

of

- De richtingscoëfficiënt is $\frac{36-23,2}{1996-1960} \approx 0,35556$ 2
- Toename nodig van 45,3 – 36,0 = 9,3 1
- $\frac{9,3}{0,35556} \approx 26,2$ jaar 1
- De gegeven vleesproductie wordt bereikt 26 jaar na 1996, dus in 2022 1

of

- Bij ΔV = 12,8 kg hoort Δt = 36 jaar 1
- 45,3 kg vlees consumeren komt overeen met ΔV = 22,1 kg (verschillen berekend ten opzichte van 1960) 1
- Bij ΔV = 22,1 kg hoort $\Delta t = \frac{22,1}{12,8} \cdot 36\ (\approx 62,2)$ 2
- De gegeven vleesproductie wordt bereikt 62 jaar na 1960, dus in 2022 1

2 maximumscore 5

- $G'(t) = -0,250\,t + 6,33$ 1
- $G'(t) = 0$ oplossen geeft dat $G(t)$ maximaal is voor $t = 25,32$ 1
- Het maximum is $G(25) \approx 359$ (of $G(25,32) \approx 359$) 1
- Aflezen van de maximale waarde 377 kg 1
- Het verschil is 377 – 359 = 18 kg 1

Opmerking
Als 376 of 378 is afgelezen hiervoor geen punten aftrekken.

3 maximumscore 5

- In het jaar 2000 is $t = 40$ 1
- $G(40) \approx 332$ 1
- $V^*(40) = 35$ 1
- Voor de productie van 35 kg vlees is $4 \cdot 35 = 140$ kg graan nodig 1
- In het jaar 2000 was dus ongeveer 332 − 140 = 192 kg graan over voor voeding van de mens 1

Vraag	Antwoord	Scores

4 **maximumscore 5**

- Er blijft te weinig over voor voeding van de mens als $G - 4V^* < 150$ — 1
- $(-0{,}125t^2 + 6{,}33t + 279) - 4(0{,}25t + 25) < 150$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $(-0{,}125t^2 + 6{,}33t + 279) - 4(0{,}25t + 25) = 150$ opgelost kan worden — 1
- $t \approx 47{,}5$ — 1
- Vanaf het jaar 2008 zal er te weinig graan over zijn voor voeding van de mens — 1

of

- Er blijft te weinig over voor voeding van de mens als $G - 4V^* < 150$ — 1
- $(-0{,}125t^2 + 6{,}33t + 279) - 4(0{,}25t + 25) < 150$ — 1
- Beschrijven hoe deze ongelijkheid opgelost kan worden — 1
- $t \geq 48$ — 1
- Vanaf het jaar 2008 zal er te weinig graan over zijn voor voeding van de mens — 1

Opmerking
Als bij gebruik van de eerste oplossingsmethode als antwoord gegeven is 2007, dit goed rekenen

Sterbank

5 **maximumscore 3**

- $\angle EDC = 108°$ dus $\angle MDC = 72°$ — 1
- $(\angle BCD = 108°)$ dus $\angle MCD = 72°$ — 1
- $\angle DMC = 180° - 72° - 72° = 36°$ — 1

6 **maximumscore 4**

- Een bovenaanzicht met rechthoekige vorm en aanduiding van de letters — 1
- De rechthoek heeft een lengte van 7 cm — 1
- De breedte is verdeeld in 4 stukken van ongeveer 1,5 ; 0,5 ; 0,5 ; 1,5 cm (totaal ongeveer 4 cm) — 2

7 **maximumscore 5**

- De hoogte h van de bank is de hoogte van driehoek OMK — 1
- $\angle MOK = 72°$ — 1
- $OM = 2 \cdot 31{,}0 + 19{,}16 = 81{,}16$ — 1
- $h = OM \cdot \sin(72°)$ — 1
- De hoogte van de bank is (ongeveer) 77 (cm) — 1

8 **maximumscore 6**

- De oppervlakte van ΔDCM is $\frac{1}{2} \cdot 19{,}16 \cdot 31{,}0 \cdot \sin(72°)$ (of $\frac{1}{2} \cdot 31{,}0 \cdot 31{,}0 \cdot \sin(36°)$) ($\approx 282{,}4$) — 1
- De afstand van B tot het midden van AC is $\frac{15{,}5}{\tan(54°)}$ ($\approx 11{,}26$) — 1
- De oppervlakte van ΔABC is $\frac{1}{2} \cdot 31{,}0 \cdot \frac{15{,}5}{\tan(54°)}$ ($\approx 174{,}6$) — 1
- De oppervlakte van de ster is $6 \cdot$ oppervlakte $\Delta DCM + 2 \cdot$ oppervlakte $\Delta ABC \approx 2044$ (cm^2) — 1
- De inhoud van het prisma is (ongeveer) $2044 \cdot 140 = 286\,160$ (cm^3) — 1
- Dit is (ongeveer) 286 dm^3 — 1

of

- De oppervlakte van ΔDCM is $\frac{1}{2} \cdot 19{,}16 \cdot 31{,}0 \cdot \sin(72°)$ (of $\frac{1}{2} \cdot 31{,}0 \cdot 31{,}0 \cdot \sin(36°)$) ($\approx 282{,}4$) — 1
- De oppervlakte van ΔANL is gelijk aan $\frac{1}{2} \cdot (31{,}0 + 19{,}16 + 31{,}0) \cdot 31{,}0 \cdot \sin(72°) \approx 1196{,}41$ — 2
- De oppervlakte van de ster is gelijk aan oppervlakte $\Delta ANL + 3 \cdot$ oppervlakte $\Delta DCM \approx 2044$ (cm^2) — 1
- De inhoud van het prisma is (ongeveer) $2044 \cdot 140 = 286\,160$ (cm^3) — 1
- Dit is (ongeveer) 286 dm^3 — 1

Golvend dak

9 maximumscore 3

- $3\cdot\sin\left(\frac{\pi}{30}x\right)$ is maximaal 3 en minimaal –3 — 1
- *h* is maximaal 3 + 7 = 10 (meter) — 1
- *h* is minimaal –3 + 7 = 4 (meter) — 1

10 maximumscore 4

- De vergelijking die moet worden opgelost is $3\sin\left(\frac{\pi}{30}x\right)+7=8$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- $x \approx 3{,}245$ of $x \approx 86{,}755$ — 1
- De lengte is (ongeveer) 84 (meter) — 1

11 maximumscore 5

- De evenwichtsstand is 6 — 1
- De amplitude is 2 — 1
- De periode is $\frac{48}{3}\cdot 4\ = 64$ — 2
- $y=6+2\sin\left(\frac{2\pi}{64}x\right)$ (of $y=6+2\sin\left(\frac{2\pi}{64}(x-a)\right)$ voor een of andere geschikte waarde van *a*) — 1

Opmerking
Als de oorsprong niet op de grond is genomen en vervolgens op correcte wijze een andere waarde voor de evenwichtsstand is gevonden, hier geen punten voor aftrekken.

Horizontale lijnen

12 maximumscore 5

- De lijn $y = p$ gaat door de top van de grafiek van f — 1
- $f'(x) = 6 - 2x$ — 1
- Voor de x-coördinaat van de top geldt: $6 - 2x = 0$ — 1
- De top ligt bij $x = 3$ — 1
- $f(3) = 9$, dus $p = 9$ — 1

of

- De lijn $y = p$ gaat door de top van de grafiek van f — 1
- $6x - x^2 = x(6 - x)$ — 1
- $x(6 - x) = 0$ geeft $x = 0$ of $x = 6$ — 1
- De top ligt bij $x = 3$ — 1
- $f(3) = 9$, dus $p = 9$ — 1

of

- De lijn $y = p$ gaat door de top van de grafiek van f — 1
- De top van een parabool ligt bij $x = -\dfrac{b}{2a}$ — 1
- $a = -1$, $b = 6$ — 1
- Dus de x-coördinaat van de top is $-\dfrac{6}{-2} = 3$ — 1
- $f(3) = 9$ dus $p = 9$ — 1

13 maximumscore 3

- De lengte van DC is $6 - 2a$ — 1
- $f(a) = 6a - a^2$, dus de lengte van DA is $6a - a^2$ — 1
- De oppervlakte van rechthoek $DCBA$ is gelijk aan $DC \cdot DA$, dus $S = (6 - 2a)(6a - a^2)$ — 1

14 maximumscore 6

- Haakjes wegwerken geeft $S = 2a^3 - 18a^2 + 36a$ — 2
- $S' = 6a^2 - 36a + 36$ — 1
- $6a^2 - 36a + 36 = 0$ (of $a^2 - 6a + 6 = 0$) — 1
- De oplossingen van deze vergelijking zijn $a = 3 \pm \sqrt{3}$ (of minder ver uitgewerkte varianten) — 1
- In deze situatie geldt $a = 3 - \sqrt{3}$ — 1

of

- $S' = -2(6a - a^2) + (6 - 2a)(6 - 2a)$ (productregel) — 1
- Haakjes wegwerken geeft $S' = 6a^2 - 36a + 36$ — 2
- $6a^2 - 36a + 36 = 0$ (of $a^2 - 6a + 6 = 0$) — 1
- De oplossingen van deze vergelijking zijn $a = 3 \pm \sqrt{3}$ (of minder ver uitgewerkte varianten) — 1
- In deze situatie geldt $a = 3 - \sqrt{3}$ — 1

Kegel

15 maximumscore 4

- De hoogte van de oorspronkelijke kegel is $\sqrt{26^2 - 10^2} = 24$ — 1
- De hoogte van de kleinere kegel is 24 − 20 = 4 — 1
- De verhouding van de hoogtes van de oorspronkelijke en de kleinere kegel is 6 : 1 — 1
- De verhouding van de inhouden van de oorspronkelijke en de kleinere kegel is 216 : 1 — 1

of

- De hoogte van de oorspronkelijke kegel is $\sqrt{26^2 - 10^2} = 24$ — 1
- De hoogte van de kleinere kegel is 24 − 20 = 4 — 1
- De inhoud van de oorspronkelijke kegel is $\pi \cdot 10^2 \cdot 24$ en de inhoud van de kleinere kegel is $\pi \cdot (1\frac{2}{3})^2 \cdot 4$ — 1
- De verhouding van de inhouden van de oorspronkelijke en de kleinere kegel is 216 : 1 — 1

16 maximumscore 5

- h = 10 en O = 300 invullen geeft $300 = \pi r \cdot \sqrt{r^2 + 100}$ en h = 20 en O = 300 invullen geeft $300 = \pi r \cdot \sqrt{r^2 + 400}$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijkingen opgelost kunnen worden — 1
- De oplossingen $r \approx 7{,}60$ en $r \approx 4{,}65$ — 2
- (Uit de formule blijkt dat voor een vaste waarde van O bij een grotere waarde van h een kleinere waarde van r hoort.) De diameters liggen tussen 9,3 en 15,2 (cm) — 1

Combi-functie

17 maximumscore 5

- Voor het linker deel van de grafiek geldt $f'(x) = 4\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}x} \cdot \frac{1}{4}$ (dus $f'(x) = \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}x}$) — 2
- Voor het rechter deel van de grafiek geldt $f'(x) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}x$ — 1
- $x = 2$ invullen in de beide afgeleiden geeft respectievelijk 1 en $\frac{1}{2}$ — 2

18 maximumscore 5

- Beschrijven hoe de coördinaten van de top van de grafiek van f berekend kunnen worden — 1
- De top van de grafiek van f is $(3,\ 3\frac{1}{4})$ — 1
- Verschuivingen: 3 naar links en $3\frac{1}{4}$ omlaag — 1
- Als g de functie is van de nieuwe grafiek, dan is een mogelijk functievoorschrift van het linker deel: $g(x) = -4\frac{1}{4} + 4\mathrm{e}^{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}x}$ — 2

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 28 mei naar Cito.